ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TRẦN THỊ HUỆ

CÁC ĐỊNH LÝ HỘI TỤ - THÁC TRIỂN ĐỐI VỚI ÁNH XẠ CHỈNH HÌNH VÀO KHÔNG GIAN PHỨC ZALCMAN YẾU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TRẦN THỊ HUỆ

CÁC ĐỊNH LÝ HỘI TỤ - THÁC TRIỂN ĐỐI VỚI ÁNH XẠ CHỈNH HÌNH VÀO KHÔNG GIAN PHỨC ZALCMAN YẾU

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. TRẦN HUỆ MINH

Thái Nguyên - Năm 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan nội dung trong luận văn này là công trình nghiên cứu của riêng tôi dưới sự hướng dẫn của TS. Trần Huệ Minh. Tôi không sao chép từ bất kì một công trình nào khác. Tôi kế thừa và phát huy các thành quả khoa học của các nhà khoa học với sự biết ơn chân thành.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Trần Thị Huệ

Xác nhận	Xác nhận
của Trưởng (phó) khoa chuyên môn	của người hướng dẫn khoa học
	TS. Trần Huệ Minh

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn tới TS. Trần Huệ Minh, người đã định hướng chọn đề tài và tận tình hướng dẫn, cho tôi những nhận xét quý báu để tôi có thể hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới phòng Sau Đại học, các thầy cô giáo dạy cao học chuyên ngành Toán giải tích trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Nhân dịp này tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn động viên, cổ vũ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Trần Thị Huệ

Mục lục

Mở đầu

Như chúng ta đã biết, bài toán thác triển ánh xạ chỉnh hình là một trong những bài toán quan trọng bậc nhất của giải tích phức nhiều biến, các định lý hội tụ - thác triển kiểu Noguchi có liên quan tới nhiều vấn đề trong giải tích phức hyperbolic và lý thuyết đa thế vị.

Trong [11], các tác giả đã đưa ra khái niệm về một lớp không gian phức mới gọi là không gian phức Zalcman, từ đó xây dựng khái niệm không gian phức Zalcman yếu và chỉ ra một số định lý hội tụ - thác triển kiểu Noguchi đối với những ánh xạ chỉnh hình vào không gian con phức Zalcman yếu của một không gian phức.

Với mong muốn tìm hiểu và nghiên cứu về không gian phức Zalcman và các định lý hội tụ - thác triển đối với ánh xạ chỉnh hình vào không gian phức Zalcman yếu, em đã chọn đề tài luận văn " **Các định lý hội tụ - thác triển đối với ánh xạ chỉnh hình vào không gian phức Zalcman yếu**". Luận văn ngoài phần Mở đầu, Kết luận, Tài liệu tham khảo còn gồm hai chương nội dung.

Chương một trình bày tổng quan một số kiến thức cơ bản về ánh xạ chỉnh hình, tôpô compact mở và compact hóa một điểm, đa tạp phức, không gian phức, họ chuẩn tắc các ánh xạ chỉnh hình, phủ chỉnh hình, giả khoảng cách Kobayashi, không gian phức hyperbolic, miền taut, hàm đa điều hòa dưới.

Chương hai trình bày các định lý hội tụ - thác triển đối với ánh xạ chỉnh hình vào không gian phức Zalcman yếu. Phần đầu của chương trình bày một vài lớp không gian Zalcman quan trọng và chỉ ra những tính chất cơ bản của không gian Zalcman. Phần thứ hai trình bày điều kiện đủ về tính taut của một miền trong một không gian phức với nhóm tự đẳng cấu không compact theo cách tiếp cận từ không gian phức Zalcman có điểm biên đọng quỹ đạo. Phần cuối của chương dành cho việc nghiên cứu mối quan hệ giữa tính hyperbolic Brody yếu, tính Δ^*- thác triển, tính Zalcman yếu và tính lồi đĩa yếu của không gian phức.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn khoa học của TS. Trần Huệ Minh. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc nhất tới cô giáo hướng dẫn, trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi để tác giả hoàn thành được khóa học của mình.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Nội dung trình bày ở chương này chủ yếu được đưa vào từ các tài liệu [1], [4], [5].

1.1 Ánh xạ chỉnh hình

Giả sử X là một tập mở trong $\mathbb{C}^n$ và $f : X \to \mathbb{C}$ là một hàm số. Hàm f được gọi là khả vi phức tại $x_0 \in X$ nếu tồn tại ánh xạ tuyến tính $\lambda : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ sao cho

$$\lim_{|h| \to 0} \frac{|f(x_0 + h) - f(x_0) - \lambda(h)|}{|h|} = 0,$$

trong đó $h = (h_1, ..., h_n) \in \mathbb{C}^n$ và $|h| = \left(\sum\limits_{i=1}^{n} |h_i|^2 \right)^{1/2}$.

Hàm f được gọi là chỉnh hình tại $x_0 \in X$ nếu f khả vi phức trong một lân cận nào đó của x_0 và được gọi là chỉnh hình trên X nếu f chỉnh hình tại mọi điểm thuộc X .

Một ánh xạ $f : X \to \mathbb{C}^m$ có thể viết dưới dạng $f = (f_1, ..., f_m)$, trong đó $f_i = \pi_i \circ f : X \to \mathbb{C}, i = 1, ..., m$ là các hàm tọa độ. Khi đó f được gọi là chỉnh hình trên X nếu f_i chỉnh hình trên X với mọi $i = 1, ..., m$.

Ánh xạ $f : X \to f(X) \subset \mathbb{C}^n$ được gọi là song chỉnh hình nếu f là song ánh, chỉnh hình và f^{-1} cũng là ánh xạ chỉnh hình.

1.2 Tô pô compact mở và compact hóa một điểm

1.2.1 Tô pô compact mở

Giả sử X, Y là các không gian tô pô. Gọi $\mathcal{F}$ là họ các ánh xạ X vào Y.
+ Với mỗi tập con K của không gian X và với mỗi tập con U của không gian Y, ta định nghĩa

$$\mathrm{W}(K, U) = \{f | f(K) \subset U\}.$$

Họ tất cả các tập $\mathrm{W}(K, U)$, trong đó K là một tập con compact bất kỳ của X và U là một tập mở trong Y, là một tiền cơ sở của tô pô compact mở $\mathcal{C}$ trên $\mathcal{F}$.

Do đó họ tất cả các giao hữu hạn các tập hợp dạng $\mathrm{W}(K, U)$, trong đó K và U là các tập hợp như trên, lập thành cơ sở của tô pô compact mở trên $\mathcal{F}$. Một phần tử tùy ý của cơ sở có dạng $\bigcap \{\mathrm{W}(K_i, U_i) | i = 1, ..., n\}$ trong đó mỗi K_i là tập con copmact của X và mỗi U_i là một tập con mở của Y.
+ Giả sử $\{f_n\}$ là một dãy trong $\mathcal{F}$. Ta nói dãy $\{f_n\}$ hội tụ tới $f \in \mathcal{F}$ đều trên các tập con compact của X (hay hội tụ theo tô pô compact mở) nếu với mỗi tập con compact K của X và mỗi tập mở U của Y thỏa mãn $f(K) \subset U$, tồn tại $n_0 > 0$ sao cho với mọi $n \geq n_0$ ta có $f_n(K) \subset U$.

1.2.2 Compact hóa một điểm

Giả sử X là không gian tô pô không compact. Cặp (Y, φ), trong đó Y là một không gian compact, $\varphi : X \to Y$ là một phép nhúng đồng phôi X vào Y sao cho $\varphi(X)$ trù mật trong Y, gọi là một compact hóa của X.

Ta sẽ xét compact hóa bởi một điểm của không gian không compact. Giả sử Y là một không gian tô pô không compact và ∞ là một điểm không